Московский государственный технический университет
имени Н.Э. Баумана

К.А. Пупков

МОДЕЛИРОВАНИЕ И ИСПЫТАНИЕ СИСТЕМ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

г. Москва, 2013.

ББК 65.050. 9(2) 2
П88

Рецензенты:

Дивеев А.И. – доктор технических наук, профессор, Вычислительный центр им. А.А. Дородницына РАН.

Оболенский Ю.Г. – доктор технических наук, профессор, Российская самолётостроительная компания «МИГ».

П.88. Пупков К.А. Моделирование и испытание систем автоматического управления: Учебное пособие. – М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2012. - с….илл.

ISBN5–7038–1050–7.

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование есть главное направление междисциплинарных работ, дающее возможность надежного описания систем и процессов, происходящих в них, с целью исследования и оптимизации.

Каждая модель как аналог реального хранит знания в надлежащей форме, при этом запоминание знаний, как правило, связано с уменьшением избыточности, т.е. модель всегда проще. Модель в своей функции как структура для хранения знаний является связующим звеном между теоретическим и эмпирическим познанием.

Каждая модель имеет языковую функцию. Содержание знаний является ее семантической стороной, а способы, с помощью которых знания вводятся в модель, кодируются в ней – синтаксической. Последний языковый компонент имеет большое значение при активизации модели при каждом приведении ее в действие.

Особенно существенным при построении моделей является процесс отражения в смысле теории познания. На абстрактном уровне представление модели, как уже отмечалось, имеет значение дополнительных условий (операций, отношений, топологии и т.д.) на множестве, природа элементов которого не определена.

В основе каждой модели лежит более или менее развитая теория отображаемого объекта. Эта теория укладывается в синтактически установленные рамки, в концепцию системы, положенную в основу конкретного построения модели.

Системная концепция фиксирует общие рамки модели, иначе говоря, определяет структуру памяти модели. Некоторая форма модели, в которой она может действовать в качестве аналога только одного конкретного объекта получается благодаря тому, что экспериментальные, т.е. эмпирические данные приводятся в соответствие с этими рамками, а именно:

для параметров модели, ее степеней свободы шаг за шагом устанавливаются все более достоверные значения. В этом смысле каждая разработанная модель выражает компромисс между теорией и практикой, между теоретическими познаниями и эмпирическими данными.

В практическом плане создание модели основано на реализации процесса познания, в смысле теории отражения. Это можно представить на следующей схеме (рис. 1).

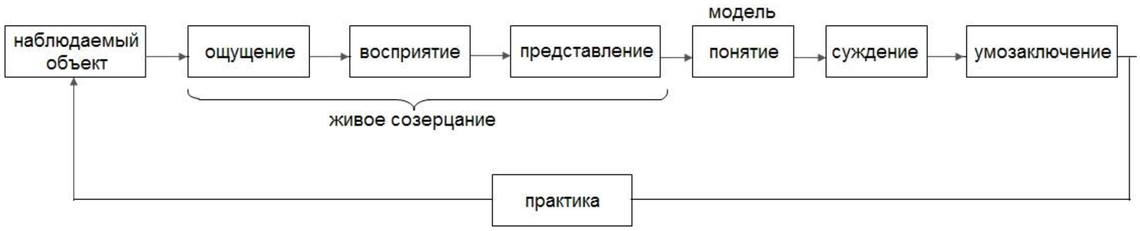

Рисунок 1 – Схема этапов процесса познания при построении моделей

На этой схеме видно, что исследуемый объект (процесс) подвергается измерению с помощью тех или иных приборов, позволяющих получить первичную информацию, что и составляет собой ощущение, далее эта информация воспринимается и осмысливается (в том числе уменьшается избыточность) и составляется представление о наблюдаемом объекте (процессе), что в совокупности представляет собой живое созерцание. Следующий этап представляет формирование понятия, что является первым шагом в построении модели на абстрактном уровне, по которой должно быть произведено суждение и сделано умозаключение, что позволяет исключить из модели некоторые противоречивые факторы.

Следующий этап состоит в проверке адекватности модели, что можно сделать, обратившись к исследуемому объекту (процессу). Этот этап называется практикой. Здесь проверяются эффекты, выявленные по модели, и в случае появления новых данных реализуется следующий шаг совершенствования модели. И так шаг за шагом. Таким образом, процесс построения модели есть процесс с обратной связью. Именно, здесь осуществляется важный аспект моделирования (построения модели), который состоит в том, что модель должна быть приближенно заменителем реального положения вещей реальной системы. Следовательно, речь идет не только об уменьшающем избыточность запоминания информации, но и такой семантике (величинах, соответствующих реальному объекту и характеризующих его), но и таком синтаксисе модели (описании отношений между согласованными величинами в виде формул), при которых ее поведение оказывается сравнимым с поведением реального объекта.

Моделирование используется:

1. Для целей экспериментирования и количественной оценки, а именно, для предсказания последствий изменения образа действий и условий в ситуации, когда осуществление такого изменения в реальных условиях связано со значительными затратами средств или определенным риском.

2. Как средство исследования новых систем с целью их реконструкции или совершенствования.

3. Как средство ознакомления персонала с системами или условиями, которые, возможно, еще трудно создать в реальной действительности.

4. Для проверки новой идеи или ее демонстрации.

5. Как средство предсказания будущего и обеспечения, таким образом, количественной основы для планирования и прогнозирования.

6. Заметим, что термин моделирование обычно трактуется двояко, т.е. моделирование – построение моделей и моделирование – процесс исследования свойств системы с использованием построенных моделей.

Поскольку в работе речь идет о моделировании испытании систем автоматического управления (САУ), определим, что же понимается под САУ?

Под системой автоматического управления (САУ) понимается объединенная информационным процессом совокупность объекта управления, технических средств получения информации и ее обработки, выработки и исполнения управления, обладающая устойчивым и целенаправленным действием.

Поскольку в современных системах управления для реализации процессов обработки информации широко используется комплекс вычислительных средств, и, соответственно, программное обеспечение, появилась возможность создания систем обработки информации и управления нового типа – интеллектуальных.

Под интеллектуальной системой понимается объединенная информационным процессом совокупность технических средств и программного обеспечения, работающая во взаимосвязи с человеком (коллективом людей) или автономно, способная на основе сведений и знаний при наличии мотивации синтезировать цель, принимать решение к действию и находить рациональные способы достижения цели.

Теперь рассмотрим, какое место занимает моделирование в процессе разработки систем управления.

Разделяют следующие виды моделирования:

1. Математическое (динамическое, имитационное).
2. Физическое (модульное, либо эквивалентное).
3. Натурно-математическое (полунатурное), включая имитационное с реальной аппаратурой и виртуальное прототипирование.

Структурная схема процесса разработки систем управления выглядит так, как показано на рис. 2.

Рисунок 2 – Структурная схема процесса разработки систем управления

Из рисунка видно, что процесс разработки начинается с определения цели и задач, которые должна решить САУ. Далее формируется концептуальная модель (облик) системы, используя при этом опыт предшествующих разработок и результаты поисковых НИР. В итоге разрабатывается техническое задание и исходные данные для проектирования, а также технические предложения.

Проектирование включает в себя эскизный проект, включающий технико-экономическое обоснование, техническое и рабочее проектирование. На этапе технического проекта разрабатывается также проект специального технологического оборудования. На этих этапах разработки осуществляется математическое и физическое моделирование. Далее осуществляется создание опытного образца, как правило, выпускается несколько образцов, чтобы распараллелить их отработку.

Далее осуществляется отработка опытного образца. Это делается с помощью стендовых испытаний (механических, гидравлических, тепловых и т.д.), испытаний на летающих лабораториях и натурно-математического моделирования. Поскольку такие испытания и моделирование, как правило, проводятся на «разнесенных» компонентах системы управления, вводится этап комплексной наземной отработки, позволяющий выяснить такие эффекты, как электромагнитная совместимость аппаратуры и т.п. На этих этапах используется математическое и натурно-математическое моделирование, с учетом части реальных элементов системы управления.

Следующий этап отработки системы управления сопряжен с проведением натурных испытаний. Это есть летно-конструкторские испытания (ЛКИ), которые составляют наиболее ответственный и сложный этап. Если на ЛКИ показаны характеристики системы, удовлетворяющие требованиям технического задания, то решается вопрос о проведении государственных испытаний (ГИ), по результатам которых система может быть принята в серийное производство. На этапах испытаний осуществляется сопровождающее моделирование, которое включает все виды моделирования. Именно в этой работе рассматриваются все этапы разработки систем управления с позиций использования моделирования, как ее научной основы и инструментальной реализации процесса моделирования.

Глава I. Типы системы управления и виды моделей

В этой главе рассмотрим типы систем, их особенности и чем вызвана необходимость исследования этих систем с помощью моделирования.

Покажем здесь также различные виды моделей, т.е. различных способов абстрактного представления систем и процессов, происходящих в них в зависимости от их природы и способов функционирования.

§ 1. Типы систем управления

Представим следующие типы систем.

1. Одноконтурные системы. К ним относятся системы, структура которых имеет следующий вид, показанный на рис. 3.

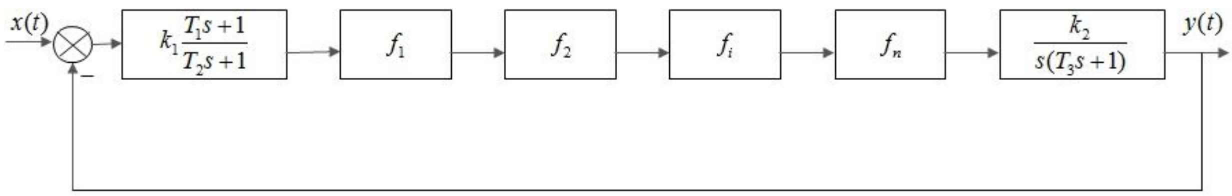

Рисунок 3 – Структурная схема одноконтурной системы

На данном рисунке *x(t)* и *y(t)* – входной и выходной сигналы соответственно, в блоках показаны передаточные функции элементов системы, $f_i, (i = 1, \dots n)$ – есть некоторые функции. Если эти функции суть постоянные коэффициенты, то система является линейной и ее исследование можно провести аналитическими методами. Если хотя бы одна функция f_i является нелинейной, то такая система – нелинейная, если же f_i является функцией времени, то такая система – нестационарная, если же хотя бы одна функция f_i является нелинейной и зависит от времени, то такая система является нелинейной и нестационарной. Как правило процессы в таких системах можно исследовать моделированием. Наконец в таких системах в некоторых ее параметрах может иметь место неопределенность (неточное знание параметра), то такие системы называются системами с неопределенностью. Задачей моделирования в этих случаях является оценка устойчивости, качества, динамической и статической точности.

2. Многоконтурные системы. Рассмотрим структуру трехконтурной системы, на примере системы стабилизации летательного аппарата, показанном на рис.4.

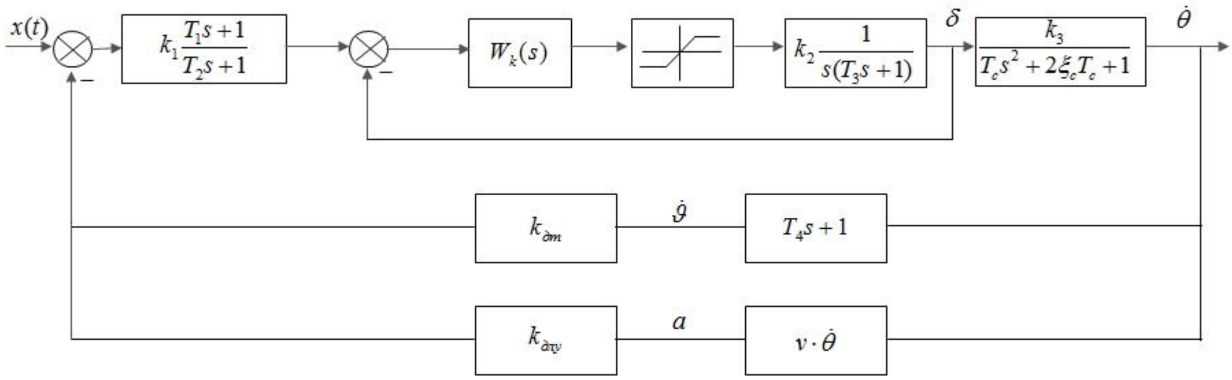

Рисунок 4 – Структурная схема трехконтурной системы

На этом рисунке δ - угол поворота руля, $\dot{\theta}$ – угловая скорость вектора скорости ЛА-V, $\dot{\vartheta}$ – угловая скорость тангажа, a – линейное ускорение, F – ограничение скорости рулевого привода. В блоках приведены передаточные функции элементов системы и корректирующих устройств. Здесь три контура: обратная связь рулевого привода, обратная связь по $\dot{\vartheta}$ и a. $К_{дг}$ и $К_{длу}$ – передаточные коэффициенты демпфирующего гироскопа и датчика линейных ускорений соответственно. Необходимость моделирования определяется в данном случае наличием нелинейного элемента F.

3. Многосвязные системы. Как правило в таких системах имеет место много входов и много выходов, и внутри этих систем существуют

перекрестные связи, т.е. какой либо один входной сигнал может влиять на несколько других.

Пример такой системы приведен на рис. 5.

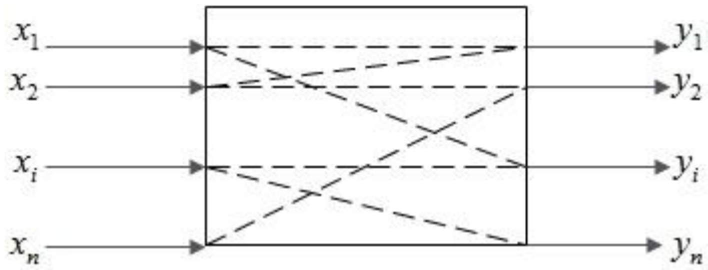

Рисунок 5 - Многосвязная система

Такие системы весьма сложно поддаются математическому описанию, поэтому здесь может широко применяться физическое моделирование.

4. Многоуровневые системы (иерархические).

Структура таких систем имеет вид, показанный на рис. 6. (Здесь показано 2 уровня).

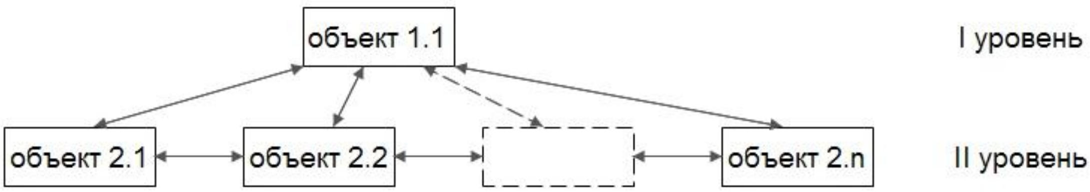

Рисунок 6 - Многоуровневая система

Обычно имеют такую структуру:

1. Организационные системы.
2. Биологические системы.

Определяют два общих принципа организации таких систем:

- принцип избытка (недостатка) взаимосвязи между уровнями;
- принцип оптимальной связи между объектами на одном уровне.

Эти принципы необходимы для обеспечения гармонической целостности системы.

Если предположить, ради простоты, что цели уровней не противоречат друг другу, тогда:

- управление с первого уровня связано с выбором подходящего коэффициента координации. Параметры координации входят в функции качества систем нижнего уровня;

- оптимальная связь между объектами на одном уровне вытекает из того, что сильная связь, а также слабая связь может привести к дезинтеграции системы. Суть проблемы моделирования состоит в выборе коэффициента координации и определении оптимальной связи между объектами на одном уровне.

5. Интеллектуальные системы (ИС).

Под интеллектуальной системой понимается объединенная информационным процессом совокупность технических средств и программного обеспечения, работающая во взаимосвязи с человеком (коллективом людей) или автономно, способная на основе сведений и знаний при наличии мотивации синтезировать цель, принимать решение к действию и находить рациональные способы достижения цели. Структурная схема такой системы приведена на рис. 7.

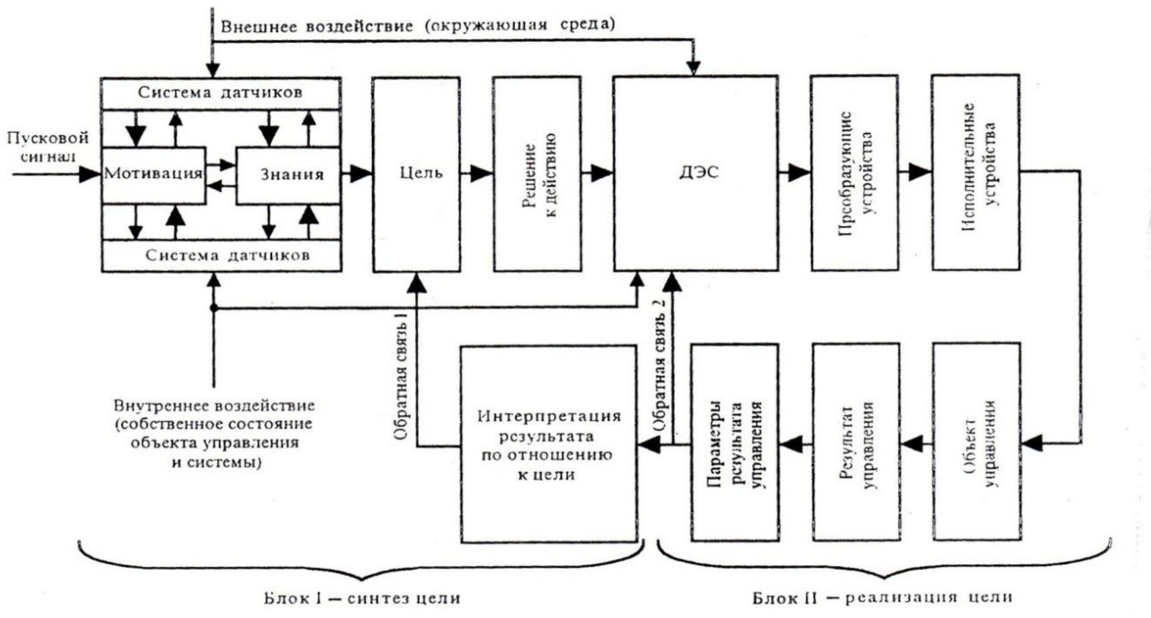

Рисунок 7 - Структурная схема интеллектуальной системы а) Интеллектуальные системы (имеют блок синтеза цели);

б) Интеллектные системы (нет блока синтеза цели).

Формально ИС можно описать следующей шестеркой:

$$T \times X \times S \overset{\alpha_1}{\rightarrow} M \times T;$$

$$T \times M \times S \overset{\alpha_2}{\rightarrow} C \times T;$$

$$C \times T \times X \times S \overset{\alpha_3}{\rightarrow} R \times T;$$

$$T \times \dot{X} = \{A \times T\}X \times T + \{B \times T\}u \times T;$$

$$T \times Y = \{D \times T\}X \times T;$$

$$T \times R \times Y \overset{\alpha_4}{\rightarrow} C \times T,$$

где T- множество моментов времени; X, S, M, C, R и Y- множества состояний системы, окружающей среды, мотивации, цели, прогнозируемого и реального результата; A, B и D - матрицы параметров; $\alpha_1 - \alpha_4$ – интеллектуальные операторы преобразования, использующие знание, u- управление.

В этом описании сочетаются представления объектов системы в виде множества значений, либо множества высказываний, либо каких-либо других форм. Динамические свойства ИС могут быть описаны в пространстве состояний.

Интеллектуальные операторы, реализующие восприятие, представление, формирование понятия, суждения и умозаключения и цели в процессе познания, являются формальным средством обработки сведений и знаний, а также принятия решения. Все эти аспекты должны быть положены в основу построения ИС, функционирующей в реальном времени и в реальном мире.

Динамическая экспертная система (ДЭС) есть некоторое комплексное образование, способное оценивать состояние системы и среды, сопоставлять параметры желаемого и реального результатов действия, принимать решение и вырабатывать управление, способствующее достижению цели. Для этого

ДЭС должна обладать запасом знаний и располагать методами решения задач.

Проблемой моделирования ИС является не только сложность построения собственно ее модели, но необходимость верификации значительного объема программного обеспечения, таких компонентов как синтез цели, принятие решения, базы знаний, ДЭС.

§ 2. Виды моделей

Вид модели, предназначенный для описания свойств и поведения системы управления зависит от многих факторов, характеризующих способы получения и обработки информации, выработки и реализации управления, наконец, линейной или нелинейной динамики и статики элементов системы и т.д.

1. Дифференциальные уравнения. С помощью модели в виде дифференциального уравнения, имеющие выражение (1), можно описать, практически, все процессы в динамических системах:

$$a_n \frac{d_y^n}{dt^n} + a_{n-1} \frac{d_y^{n-1}}{dt^{n-1}} + \cdots + a_0 y = b_m \frac{d_x^m}{dt^m} + b_{m-1} \frac{d_x^{m-1}}{dt^{m-1}} + \cdots + b_0 x. \quad (1)$$

Здесь $y = y(t)$ и $x = x(t)$ суть решение уравнения и воздействия на систему, соответственно; $a_n, (n = 0,1, \dots)$ и $b_b, (m = 0,1, \dots)$ - коэффициенты уравнения. Проблема исследования состоит в том, что не всегда удается получить аналитическое решение этого уравнения либо из-за высокого порядка, нелинейности или переменности во времени параметров системы (коэффициентов). Поэтому при моделировании широко используются вычислительные методы.

2. Частотный метод. Метод основывается на описании процессов в системах на использовании амплитудных и фазовых частотных характеристик, которые можно получить либо экспериментально, либо применив преобразование Лапласа к обеим частям дифференциального уравнения (1) и нахождения передаточной функции *W(S),* взятой как отношение преобразования Лапласа выходного сигнала *Y(S)* к преобразованию Лапласа входного сигнала *X(S).*

Именно, возьмем преобразование Лапласа

$$Y(s)\left[\frac{d_y^n}{dt^n}+a_{n-1}\frac{d_y^{n-1}}{dt^{n-1}}+\cdots+a_0y\right]=X(s)\left[b_m\frac{d_x^m}{dt^m}+b_{m-1}\frac{d_x^{m-1}}{dt^{m-1}}+\cdots+\right.$$

$$\left.+b_0x\right],$$

получим

$$W(s)=\frac{Y(s)}{X(s)}=\frac{b_ms^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_0}{a_ns^n+a_{n-1}s^{m-1}+\cdots+a_0},$$

где $s=\frac{d}{dt}$.

Переходя из области s в частотную область, получим амплитудно-фазовую частотную характеристику системы

$$W(j\omega)=\frac{b_m(j\omega)^m+b_{m-1}(j\omega)^{m-1}+\cdots+b_0}{a_n(j\omega)^n+a_{n-1}(j\omega)^{n-1}+\cdots+a_0}$$

$|W(j\omega)|$ – есть амплитудная частотная характеристика;

$\varphi(\omega)=arctg\frac{J_mW(j\omega)}{R_eW(j\omega)}$ – фазовая частотная характеристика.

Зная передаточную функцию системы, можно исследовать устойчивость, качество, статическую точность и динамическую точность при случайном воздействии *x(t).* В последнем случае, если известна спектральная плотность сигнала $x(t)-S_x(\omega)$, то можно найти спектральную плотность выходного сигнала $S_y(\omega)$:

$$S_y(\omega)=|W(j\omega)|^2S_x(\omega)$$

и его дисперсию σ_y^2

$$\sigma_y^2 = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} S_y(\omega) d\omega.$$

Для реализации частотного метода широко используются такие моделирующие программные системы, как СИАМ, Матлаб, МВТУ и т.п.

3. Модели дискретных систем управления.

В тех случаях, когда сигнал в системе имеет прерывистый характер, т.е. следует через некоторый интервал *T*, называемый интервалом дискретности, исходное дифференциальное уравнение (1) становится дифференциально-разностным. Тогда можно записать следующее соотношение

$$y_i(t) = b_0 x_i(t) + b_1 x(t-T) + \cdots + b_m x(t-mT) -$$
$$-a_1 y(t-T) - \cdots - a_n(t-nT). \qquad (2)$$

Также к уравнению (2) можно применить дискретное преобразование Лапласа и получить передаточную функцию следующего вида:

$$\frac{Y^*(s)}{X^*(s)} = \frac{\sum_{k=0}^{m} b_k \ell^{-skT}}{1 + \sum_{k=1}^{n} a_k \ell^{-skT}} \qquad (3)$$

Обычно прибегают к применению *z*-преобразования, т.е. $z = \ell^{-sT}$, что делает более конструктивным исследование устойчивости и точности дискретных систем управления. Проблемой исследования дискретных систем является оценка влияния интервалов дискретности по уровню и по времени на точность и устойчивость их работы, особенно, каким образом найти допустимый интервал дискретности по времени *T*. Следует помнить, что самая лучшая дискретная система – непрерывная, т.е., когда $T \to 0$. Однако, реализация алгоритмов обработки информации и управления на вычислительных машинах требует временных затрат и, соответственно, некоторого интервала *T*.

4. Модели динамических систем управления в пространстве состояний.

Описание динамики систем также основывается на использовании дифференциального уравнения (1), но представленного в нормальной форме Коши. Такое представление дало возможность синтезировать законы управления как функции времени или фазовых координат, что делает более конструктивную реализацию их на цифровых вычислительных машинах. Именно, система описывается уравнением следующего вида:

$$\dot{x} = Ax + Bu, \quad t_0 \le t \le t_k, \ x(t_0) = x^0, \qquad (4)$$

где x – вектор фазовых координат, u – управление, A – матрица параметров системы, B – матрица параметров закона управления, $x(t_0)$ – начальное условие.

Цель данной системы является ее перевод из состояния в момент t_0 в состояние в момент t_k. Требуется найти также управление u, которое обеспечивало бы этот перевод, но при достижении минимального значения некоторого показатели качества:

$$J\{u\} = \int_{t_0}^{t_k} [x^T Q x + u^T R u]\, dt + x^T(t_k) Q_k x(t_k), \quad (5)$$

где Q - произвольная неотрицательно определенная матрица;

R - произвольная положительно определенная матрица, которая интерпретируется как мера отклонения от заданного состояния $x^d(t) = 0, t_0 \le t \le t_k,$ с учетом энергетических затрат на управление.

Такая процедура позволяет (при определенных предположениях о параметрах задачи) построить как программу управления $u_{opt}(t)$, дающая решение при каких-либо заданных начальных условиях $x(t_0) = x^0$, так и закон управления с обратной связью по измерениям вектора состояния $u_{opt}(x,t) = -K(t)x(t),$ обеспечивающего тот же результат при любых начальных условиях. Более того, в рамках линейной теории были даны обобщения задачи [1] для ситуации неполных и неточных наблюдений и при наличии случайных возмущений.

5. Метод фазовой плоскости. Этот метод также относится к описанию систем в пространстве состояний, однако для нелинейных систем, но не выше второго порядка.

Уравнение системы имеет вид:

$$\ddot{x} + f(\dot{x}) + g(x, \dot{x}) = 0. \qquad (6)$$

где f и g – нелинейные функции.

Исходное уравнение записывается в виде двух уравнений:

$$\dot{x} = \vartheta,$$

$$\frac{d\vartheta}{dx} = \frac{f(\vartheta) + g(x, \vartheta)}{\vartheta}.$$

Решение этой системы представляется графически на плоскости с фазовыми координатами $\dot{x} = \vartheta$ и x. Полученная кривая (фазовая траектория) позволяет судить о поведении нелинейной системы.

6. Модель нелинейной системы в виде функционального ряда. Для описания динамики нелинейных систем можно использовать функциональный ряд Вольтерра. Однако более конструктивным подходом для этой цели является ряд Винера из ортогональных G–функционалов. Модель системы $y = F(x)$ можно представить следующим образом:

$$y(t) = \sum_{n=0}^{\infty} G_n\,[h_n, x(t)], \quad (7)$$

где *x(t)*- белый гауссов процесс с корреляционной функцией $R_x(\tau) = c^2\delta(\tau)$ и спектральной плотностью $S_x(\omega) = \frac{c^2}{2\pi}$. Здесь $c^2 -$ уровень спектральной плотности, $\delta(\tau) -$ дельта $-$ функция, $G_n -$ ортогональные $G -$ функционалы Винера, такие, что

$$\overline{G_m \times G_n} = 0, \text{при } \ m \neq n \quad \text{и}$$

$$\overline{G_m \times G_n} = n! \int_{-\infty}^{\infty} \dots \int_{\infty}^{\infty} h_1(\tau_1, \tau_2, \dots \tau_n) \times h_n(\tau_1, \tau_2, \dots \tau_n) \times$$

$$\times \prod_{r=1}^{n} R_x(\tau_r - \tau_r) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_n, \text{ при } m = n.$$

Черта над произведением означает среднее по времени.

G – функционалы можно выписать, они имеют следующий вид:

$$G_0 = \bar{y}(t) = h_{0,}$$

$$G_1 = \int_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau) x(t-\tau) d\tau,$$

$$G_2 = \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_1, \tau_2) x(t-\tau_1) x(t-\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 -$$

$$-c^2 \int_{-\infty}^{\infty} h_2(\tau_2, \tau_2) d\tau_2 \quad (8)$$

и т.д.

В этих формулах h_n $(n = 0,1 \dots)$ - ядра функционалов. Если известны ядра функционалов, то оценку для выходного сигнала нелинейной системы можно записать как:

$$\hat{y}(t) = \sum_{n=0}^{N} [h_n, x(t)] = h_0 + \int\limits_{-\infty}^{\infty} h_1(\tau) x(t-\tau) d\tau + \int\limits_{-\infty}^{\infty} \int\limits_{-\infty}^{\infty} \cdots.$$

Число N функционалов определяется, исходя из нормы дисперсий реального выходного сигнала и оценки

$$\left\| \overline{\varepsilon^2} \right\| = \left\| D_y - D_{\hat{y}} \right\|. \qquad (9)$$

Ядра функционалов определяются по реальным данным (вход-выходные процессы) нелинейной системы, используя формулу:

$$h_n(\tau_1, \tau_2, \dots, \tau_n) = \left\{ \overline{y(t) - \sum_{m=0}^{n-1} G_m[h_m, x(t)] x(t-\tau_1) \dots x(t-\tau_2)} \right. \quad (10)$$

В современной теории управления для описания динамики систем управления начали использоваться модели на основе искусственных нейронных сетей, систем с параметрической и другими видами неопределенностей [1].

В связи с необходимостью разработки систем управления, которыми решаются не только традиционные задачи, но и те, которые связаны с обработкой значительных объемов информации, ее распознавания и принятия решения, потребовались новые математические методы, которые относятся к методам дискретной математики. Рассмотрим следующие модели.

7. Теоретико-множественная модель системы. Вводится понятие формального объекта, который отражает свойства некоторого реального, но который определяется явным образом.

Начнем с рассмотрения семейства множеств

$$X_1, \dots, X_j \dots X_n \quad (j = 1,2, \dots, n).$$

Пусть каждое из этих множеств определяет некоторый формальный объект. А именно, формальный объект, соответствующий множеству X_j, может принимать вид любого элемента из этого множества. Элементы множества X_j можно назвать значениями объекта на этом множестве.

Образуем теперь прямое произведение (декартово) X семейства множеств X_j:

$$X = X_1 \times X_2 \times \dots \times X_j \times \dots \times X_n,$$

т.е. множество упорядоченных конечных последовательностей

$$\{(x_1, x_2, \dots, x_j, \dots, x_n)\}, \text{где } x_j \in X_j.$$

Поскольку формальный объект отражает свойства некоторого реального объекта, то можно предположить, что также некоторые из упорядоченных конечных последовательностей адекватно отражают свойства реальной системы.

Абстрактной системой (теоретико-множественное определение) будем называть некоторое собственное подмножество $X_s, X_s \subset X$. В действительности некоторое X_s определяет отношение (признак) между формальными объектами $X_1, \dots, X_j, \dots, X_n$ $(j = 1,2, \dots, n)$. Тогда абстрактной системой можно назвать некоторое отношение R, определенное на произведении X, т.е. абстрактная система определяется заданием множества $X = X, \dots, X_j, \dots, X_n$ и некоторого множества отношений $R = \{R_1, \dots, R_n\}$. Именно множество отношений R позволяет выделить собственное подмножество $X_s \subset X$.

8. Лингвистическая модель системы. Введем, прежде всего, некоторые вспомогательные понятия. Начнем с понятия высказывания на некотором языке L. Таким языком может быть любой естественный, например, русский, машинный язык и т.п.

Высказыванием F на языке L называется предложение, построенное по правилам грамматики этого языка, но такое, что истинность этого предложения не вытекает из самого его содержания. Иначе, предполагается, что высказывание содержит некоторые свободные переменные и, следовательно, может оказаться истинным для некоторых значений этих переменных. Положим, что имеется некоторое множество $\{K\}$ таких высказываний.

Если теперь некоторое подмножество $\{M\}$ из этих высказываний, т.е. $\{M\} \subset \{K\}$ принимается истинным, то оно определяет теорию T относительно K. А именно, теория предполагает, что высказывание из подмножества M всегда истинны, а истинность остальных остается неопределенной. Предположим теперь, что высказывания из M таковы, что свободные переменные в них образуют формальные объекты, под которыми понимается абстрактное представление объекта, отражающие его реальные свойства.

Такие высказывания будет называть правильными. Так как в подмножестве M свободные переменные представляют собой формальные объекты, то, следовательно, высказывания из M адекватно отражают свойства реальной системы. Тогда лингвистической моделью системы будем называть множество правильных высказываний.

Пример. Пусть имеет место высказывание: «Иван <u>разного возраста</u> с Петром». Здесь <u>разного возраста</u> – свободная переменная, поскольку разного возраста – старше или моложе. И только при одном значении свободной переменной это высказывание является правильным. Заметим, что применение моделей для описания дискретных систем сопряжено с перебором множества различных значений и высказываний, при которых модель в значительной мере адекватно отражает свойство реальной системы.

Задачи.

1. Задана полоса частот пропускания системы управления с отрицательной обратной связью $\omega_{гр} = 10\,{}^{рад}/_{с}.$ Запас устойчивости по фазе 57,3$\approx$ 1 рад.

Найти: допустимый интервал дискретности T при введении в систему цифрового вычислителя при условии, что запас устойчивости по фазе не будет меньше 0,9 рад.

Решение. Введение интервала дискретности T – является чистым запаздыванием во времени, передаточная функция которого равна $W_3(s) = \ell^{-sT}$ или $W(j\omega) = \ell^{-j\omega T}$; $|W(j\omega)| = A(\omega) = \sqrt{cos^2\omega T + sin^2\omega T}$=1.

$$\varphi(\omega) = arctg - \frac{\sin\omega T}{\cos\omega T} = -\omega T.$$

Допустимое уменьшение запаса устойчивости будет $\varphi(\omega) = 1рад - 0{,}9рад = 0{,}1рад.$ В результате получим $\omega_{гр}T = 0{,}1$ рад или $T = \frac{0{,}1}{\omega_{гр}} = \frac{0{,}1}{10} = 0{,}01с.$